

コンパクト天体への 降着の基礎概念

牧島一夫（まきしま かずお）

東京大学・理学系研究科・名誉教授

東京大学・Kavli数物連携宇宙研究機構・連携研究員
理化学研究所OB

- §1. 星の物理学の復習
- §2. 星と基本物理定数
- §3. 降着現象
- §4. ソフト状態のスペクトル
- §5. ハード状態のスペクトル
- §6. 連星X線パルサー(BXP)

2019/8/19

福山サマースクール

1

§1. 星の物理学の復習

頼るべきものは：

- ・ 基礎物理学
- ・ 自分が作った装置から出て来るデータ
- ・ 想像力

論語より：

「**学**びて**思**わざれば則ち罔（くら）し、
思いて**学**ばざれば則ち殆（あやうし）」
（**学**而不**思**則罔、**思**而不**学**則殆）

2019/8/19

福山サマースクール

2

1a. 星の釣合いと状態方程式

◇ 球対称、半径 R 、質量 M 、動径座標 r

$$\begin{aligned} \text{質量座標 } M_r(r) &\equiv \int_0^r 4\pi r'^2 \rho(r') dr' \\ dM_r &= 4\pi \rho(r) r^2 dr \end{aligned} \quad \cdots (1.1)$$

◇ 動径方向の釣合の式 $-dp/dr = \rho GM_r/r^2$ $\cdots (1.2)$

◇ 圧力 p は ρ と状態方程式で結ばれている：

$$p = f(\rho; \text{温度 etc.})$$

これらの違いで様々な種類の「星」が存在。

ちなみに音速を s とすれば、

$$p = (\text{1程度の数係数}) \times \rho s^2$$

cf. 動圧 $p_d = \rho v^2$; v は流体のバルクな流速

磁気圧 $p_m = \frac{1}{2} \rho v_A^2$; v_A は Alfven 速度

◇ eq.(1.2)式の両辺に r を掛け(積分の代わり)、 $4\pi r^2 dr$ で積分し、eq.(1.1)で積分変数を M_r に変換すると...

2019/8/19

福山サマースクール

3

1b. 星のビリアル定理

◇ eq.(1.2)式の両辺に r を掛け(積分の代わり)、 $4\pi r^2 dr$ で積分し、eq.(1.1)で積分変数を M_r に変換すると...

$$3\langle p \rangle V \equiv \int_0^R (GM_r/r) \times 4\pi \rho r'^2 dr' = \int_0^M (GM_r/r) dM_r \quad \cdots (1.3)$$

ここに $\langle p \rangle$ は空間平均の圧力、 V は星の体積。

◇ 古典的ガス圧の場合、eq.(1.3) 左辺は $p = (\gamma - 1)u$ で断熱指数 γ と内部エネルギー密度 u に関係づけられるので、

$$3\langle p \rangle V = 3(\gamma - 1)\langle u \rangle V = 3(\gamma - 1)U$$

ただし U は全内部エネルギー。

◇ eq.(1.3)右辺 (の符号を変えたもの)は自己重力エネルギー

$$\Psi \equiv - \int_0^M (GM_r/r) dM_r \equiv -(\text{形状因子}) \times GM^2/R \quad \cdots (1.4)$$

◇ よってビリアル定理 $-3(\gamma - 1)U = -3\langle p \rangle V = \Psi \cdots \cdots (1.5)$

◇ 全エネルギーは $E \equiv \Psi + U = -(3\gamma - 4)U \cdots \cdots (1.6)$

2019/8/19

福山サマースクール

4

1c. ビリアル定理の教えるところ

自己重力エネルギー $\Psi = -3(\gamma-1)U = -3\langle p \rangle V \dots (1.5)$ 再

全エネルギー $E \equiv \Psi + U = -(3\gamma-4)U \dots\dots (1.6)$ 再

1. 自己重力エネルギーと熱エネルギーは同程度。太陽では
 $\tau_{KH} \equiv |\Psi|/L_{\odot} \sim 2 \times 10^7 \text{ yr}$ は、Kelvin-Helmholtz t.s.
2. 星が安定束縛状態にある $\Leftrightarrow E < 0 \Leftrightarrow 4/3 < \gamma$ が必要。
 相対論的ガス($\gamma=4/3$)は星を形成できない。星内部が
 相対論的になったり放射圧が効くと、星は不安定に。
 非相対論的でも、内部自由度の多い多原子分子では
 $\gamma \rightarrow 1$ なので、星は形成できない。
3. 星の全粒子数を N_* 、 M_r で平均した星の温度を T_* とすると、

$$U = \langle p \rangle V / (\gamma - 1) = N_* k T_* / (\gamma - 1)$$

$$E = -(3\gamma - 4)U = -(3\gamma - 4)/(\gamma - 1) \times N_* k T_*$$

よって星の比熱は負である：

$$C^* \equiv dE/dT_* = -(3\gamma - 4)/(\gamma - 1) \times N_* k < 0 \dots(1.7)$$

2019/8/19

福山サマースクール

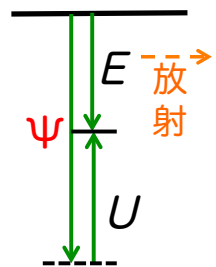
5

1d. 「負の比熱」がもつ深い意味

$C^* \equiv dE/dT_* = -(3\gamma - 4)/(\gamma - 1) \times N_* k < 0 \dots(1.7)$ 再

$E \equiv \Psi + U = -U = \Psi/2 \dots\dots (1.5)$ で $\gamma = 5/3$

1. 星は外界より高温だから熱平衡に近づこうと放射。
 しかし $C^* < 0$ だから、結果としてかえって T_* 上昇。
 星が1単位の放射 $\rightarrow$ 圧力減少 $\rightarrow$ 星が収縮 $\rightarrow$
 2単位の $|\Psi|$ が解放され、1単位が放射になり、
 残り1単位が U の増分として内部に蓄積。
2. 星と外界は熱平衡からより離れる。これが進化の原動力。
3. 星のエントロピーは自発的に減少。ただし外界まで合わせた全エントロピーは増加。熱力学第2法則には抵触しない。
4. 負の比熱のお蔭で、本来は不安定な核融合が安定化。
5. この性質は星内部が古典的 Boltzmann 気体で記述される場合に限り成り立つ。電子縮退(Fermi-Dirac gas)や光子放射圧(Bose-Einstein gas)が効くと、星は終末に向かう。

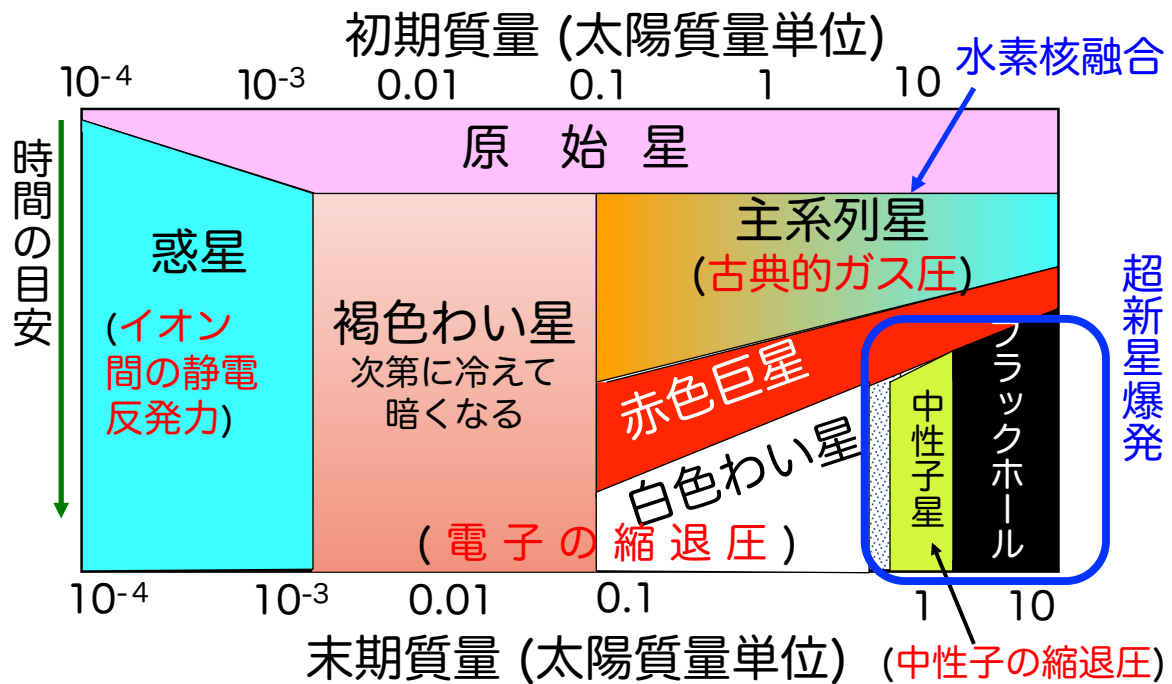


2019/8/19

福山サマースクール

6

1e. 星の誕生と進化（カッコ内は圧力）



2019/8/19

福山サマースクール

7

1f. 星の制御パラメータ

☆ 主要なもの

- ・ 初期質量
- ・ 進化の度合い(≒年齢)、とくにコアの収縮度

☆ 副次的な要因

- ・ 連星系か単独か
- ・ 化学組成、とくに重元素量 (metallicity)
- ・ 初期の角運動量
- ・ 初期の磁場
- ・ *etc..*

$$\text{コア温度 } T_c \propto M_c / R_c$$

2019/8/19

福山サマースクール

8

§2. 星と基本物理定数



須藤靖：太陽系から超銀河団へ
～宇宙の構造の階層性～

日本物理学会誌、1995年4月、

「この章で導いた式には、電子と陽子の質量比、重力と電磁相互作用の結合定数の比、ボーア半径、コンプトン波長、など基本物理定数が顔を出す。特に G , c は当然として $\hbar$ が巨視的な天体のスケールを支配していることを鑑賞するだけでも割合楽しめる。

2019/8/19

福山サマースクール

9

2a. 電子に関する3つの「長さ」

1. Bohr半径 $a_B = 4\pi\epsilon_0 \hbar^2 / m_e e^2 = 5.29 \times 10^{-11} \text{ m}$ Bohrの量子条件
2. Compton波長 $\lambda_e = h / m_e c = 2.43 \times 10^{-12} \text{ m}$ 不確定性関係
3. 古典電子半径 $r_e = e^2 / 4\pi\epsilon_0 m_e c^2 = 2.82 \times 10^{-16} \text{ m}$

これらの比は無次元量になるはず。

$m_e c^2$ = 自己電磁相互作用
エネルギー $= e^2 / 4\pi\epsilon_0 r_e$

$$\cdot \lambda_e / a_B = (h / m_e c) \times (m_e e^2 / 4\pi\epsilon_0 \hbar^2) = 2\pi e^2 / 4\pi\epsilon_0 \hbar c = 2\pi\alpha = 0.046$$

$$\cdot r_e / \lambda_e = (e^2 / 4\pi\epsilon_0 m_e c^2) \times (m_e c / h) = e^2 / 4\pi\epsilon_0 \hbar c = \alpha / 2\pi = 0.0012$$

$\alpha \equiv e^2 / 4\pi\epsilon_0 \hbar c = 1/137.04$ は微細構造定数で、Sommerfeldが1916年に分光学の立場で導入。電磁相互作用の強さを表わす。



Niels Bohr,
デンマーク、
1885-1962

Arthur Compton
米、1892-1962



Arnold
Sommerfeld,
ドイツ、
1868-1951

2019/8/19

福山サマースクール

10

仁科はニールス・ボーアの下で物理学に開眼



仁科芳雄 (1890-1951)

岡山県・里庄(現・浅口市)出身、「日本の現代物理学の父」と呼ばれる。理化学研究所をベースに、素粒子、原子核、宇宙線、X線分光、光子ビームなど広汎な物理学を開拓。Compton散乱のKlein-Nishinaの式を導出。



2019/8/19

福山サマースクール

11

仁科生誕100年記念の国際シンポジウム(1990年,東京)に、コペンハーゲンにあるNiels Bohr 研究所の A. Bohr 博士 (N. Bohrの子息) から寄せられた、記念講演の一部抜粋。

Nishina, who had come to Europe for studies in 1921, met my father in Cambridge the following year and, in March 1923, wrote to him expressing the wish to study atomic physics in Copenhagen. His chief wish, as he says in the letter, was “to study your theory of spectra and atomic constitution in detail. But if anyone wants assistance in the experiment or the calculations, I should do it with pleasure”. As it turned out, he took a leading part in the experiments at the Institute as to various aspects of X-ray spectroscopy, which at that time was contributing so much to atomic theory and opening up new connections to chemistry. Nishina immersed himself in the revolutionary theoretical developments that were taking place in those years in quantum physics. Thus, with the advent of Dirac's theory of the electron, he could immediately, together with Oskar Klein, work out the fundamental cross-sections for the scattering of electromagnetic radiation by electron. The correspondence from those years between my father and Nishina shows how much Nishina's participation in the work of the Institute was appreciated. This applies not only to his own work, but also to the help that he was able to give to his colleagues, on the basis of his broad interests and experience combined with his kind and generous personality.

2019/8/19

福山サマースクール

12

$$\begin{aligned}
& \nabla^2 \left[\frac{\hbar^2}{2m_e} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} - \sum_k \frac{\hbar^2}{2m_e} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_k^2} + m_e c^2 \psi \right] = -2i\hbar c' (\text{grad} \psi) \cdot \nabla \psi(QH) + c' \psi(QH) \nabla^2 \psi(P_E) \\
& \psi = \alpha (\text{grad} \psi) + \beta \psi(QH) + \gamma \psi(P_E) \\
& \text{grad} \{ \psi(QH) \} = \text{grad} \psi(QH) + \psi \text{grad} (QH) \\
& \Delta (\psi(QH)) = \Delta \psi(QH) + \psi \Delta (QH) + 2 \text{grad} \psi \text{grad} (QH) \\
& \psi = v e^{\frac{i}{\hbar} (Et - m_e r)} \\
& H = H e^{i v (t - \frac{r}{c})} + H e^{-i v (t - \frac{r}{c})} \\
& \text{grad} \psi = -\frac{i}{\hbar} m_e \psi \quad \frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{i}{\hbar} E \psi \quad \psi_H = \dots e^{\frac{i}{\hbar} (Et - m_e r)} \\
& \text{grad} (QH) = -\frac{i v}{c} \psi(QH) \quad \frac{\partial (QH)}{\partial t} = i v (QH) \quad A \psi = \dots e \\
& \Delta \psi(QH) = \Delta \psi(QH) + \psi \Delta (QH) - \frac{2}{\hbar^2} v (m_e \hbar) \psi(QH) \\
& \frac{\partial^2 \psi(QH)}{\partial t^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} (QH) + \psi \frac{\partial^2 QH}{\partial t^2} + 2 \frac{\partial \psi}{\partial t} \frac{\partial QH}{\partial t} \\
& = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} (QH) + \psi \frac{\partial^2 QH}{\partial t^2} - 2 \frac{v}{c} E \psi(QH) \\
& \frac{\hbar^2}{2m_e} \Delta \psi(QH) - \hbar^2 \Delta (\psi(QH)) = (-m_e c^2 \psi(QH) - 2 \hbar v (\frac{E}{c} - m_e) \psi(QH)) \\
& \psi (-\hbar^2 \Delta + m_e c^2) \psi(QH) = -\frac{\hbar^2 v}{c} (\frac{E}{c} - m_e) \psi(QH) \quad \text{grad} \psi = \frac{\hbar^2 v}{c} \psi \\
& \psi (-\hbar^2 \Delta + m_e c^2) \psi(P_E) = -\frac{\hbar^2 v}{c} (\frac{E}{c} - m_e) \psi(P_E) \quad \psi = \frac{\hbar^2 v}{c} \psi \\
& \alpha (-\hbar^2 \Delta + m_e c^2) \psi(\text{grad}) = -\frac{\hbar^2 v}{c} (\frac{E}{c} - m_e) \psi(\text{grad}) \psi \quad -\frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2 \\
& \therefore -\alpha \cdot \frac{2 \hbar v}{c} (\frac{E}{c} - m_e) = -2 i \hbar \frac{c}{c} \quad \therefore \alpha = \frac{2 i \hbar c}{2 \hbar v (\frac{E}{c} - m_e)} \cdot 2 i \hbar v \\
& -\beta \dots = -\frac{c}{c} \quad \beta = \frac{+ \hbar^2 v}{c} \\
& -\gamma \dots = +\frac{c}{c} \quad \gamma = -\frac{c}{c} \\
& \therefore \psi = K (2(m_e A) + (QH) + (P_E)) \quad \gamma = -\frac{c}{c}
\end{aligned}$$

仁科博士による、
Klein-Nishinaの
公式を導出した
際の手稿。

2019/8/19

福山サマースクール

13

2b. 重力微細構造定数

$$\alpha \equiv e^2 / 4\pi\epsilon_0 \hbar c = 1/137.04 \dots (2.1)$$

☆ 変形すると、 $\lambda' \equiv \lambda_e / 2\pi = \hbar / m_e c$ を用いて、

$$\alpha \equiv (e^2 / 4\pi\epsilon_0 \lambda') / (m_e c^2)$$

= (距離 λ' 離れた 2 電子間の静電エネ) / (電子の静止質量エネ)

☆ 同様な考えで、重力の強さを表わす無次元定数を導ける。

$$\alpha_G \equiv (\text{核子Compton波長'だけ離れた 2 つの核子の間の重力ポテンシャル}) \div (\text{核子の静止質量エネルギー})$$

$$= G m_p^2 / (\hbar / m_p c) \div m_p c^2 = (G m_p^3 c) / (\hbar m_p c^2) = G m_p^2 / \hbar c$$

$$= 5.9 \times 10^{-39} \equiv \text{重力微細構造定数} \dots (2.2)$$

☆ 天体が微少な割合 ξ ($0 < |\xi| < 1$) だけ電荷中性からズレると、

$$(\text{自己静電エネ}) / |\Psi| \sim \xi^2 (\alpha / \alpha_G) \sim 1.2 \times 10^{36} \xi^2 \dots (2.3)$$

よって静電 < 重力となるには、 $|\xi| < 1 \times 10^{-18}$ が必要。

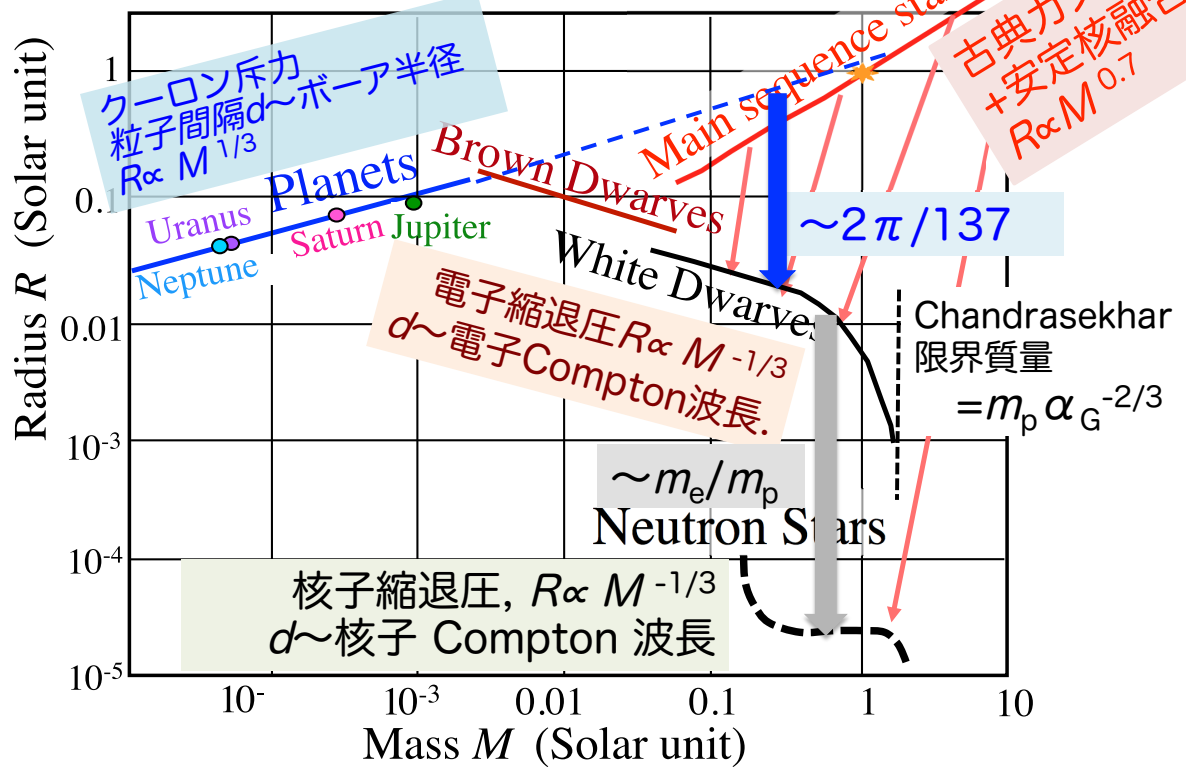
eq.(1.4) 自己重力エネルギー

2019/8/19

福山サマースクール

14

2c. 天体のM-R 関係



2019/8/19

福山サマースクール

15

2d. WDのM-R 関係

- ✧ 非相対論、ヘリウム組成を仮定。電子の間隔は、 $d \sim n_e^{-1/3}$
- ✧ 不確定性関係より電子のFermi運動量は $P_F \sim h/d \sim h n_e^{1/3}$
- ✧ Fermiエネルギーは $\varepsilon_F = P_F^2/2m_e \sim h^2 n_e^{2/3}/2m_e$
- ✧ 内部エネルギー密度は $u = (3/5) n_e \varepsilon_F \sim b h^2 n_e^{5/3}/m_e$
- ✧ 縮退圧は $p_d = (\gamma - 1) u \sim b' h^2 n_e^{5/3}/m_e$
- ✧ ビリアル定理eq.(1.5)で $\langle p \rangle = p_d$ とすれば、

$$(3/5) GM/R \sim -\Psi = 3p_d V \rightarrow GM^2/R \sim b'' h^2 n_e^{5/3} V/m_e$$

- ✧ $n_e = (M/2m_p)/V$ (分子の2は陽子と中性子) や $V = (4\pi/3)R^3$ を入れて整理すると、数係数は無視して、

$$GM^2/R \sim h^2 (M/m_p)^{5/3} V^{-2/3}/m_e \sim h^2 (M/m_p)^{5/3}/(m_e R^2)$$

$$M^{1/3} R \sim h^2 m_p^{-5/3}/G m_e \sim m_p^{1/3} (h/m_e c) (\hbar c/G m_p^2)$$

$$M^{1/3} R \sim m_p^{1/3} \lambda_e / \alpha_G$$

$$R \sim \lambda_e (M/m_p)^{-1/3} / \alpha_G \sim 0.01 R_\odot (M/M_\odot)^{-1/3} \dots (2.4)$$

- ✧ WDの半径は $R \sim 0.01 R_\odot$ で地球なみ、しかも重いほど小さい。ミクロな世界の関係が α_G により、巨大な天体のM-R関係になる。

2019/8/19

福山サマースクール

16

2e. さまざまな星

1. 惑星($M < 10^{-3} M_{\odot}$) : 地上の固体と同様、おもにクーロン反発力で支えられる。粒子間隔 $\sim a_B$ 、密度ほぼ一定なので $R \propto M^{1/3}$ 。
2. BD ($\sim 10^{-3} M_{\odot} < 0.08 M_{\odot}$) : 重力収縮するが水素核融合に点火せず、電子の縮退圧で支えられる。粒子間隔 $\sim \lambda_e$ で $R \propto M^{1/3}$ 。
3. 恒星 ($0.08 \sim 10^2 M_{\odot}$) : 核融合で発熱し、古典ガス圧で支えられる。 $C^* < 0$ で、真の意味の「活きた星」。Mが小さすぎると電子縮退圧が効きBDに、Mが大きすぎると放射圧が効き不安定に。
4. WS : 初期質量 $< 8 M_{\odot}$ の恒星が進化、中心部が収縮、電子縮退圧が効き核融合停止、外層は放出され惑星状星雲に。電子:核子=1:2なので、同じMのBD($\sim 1:1.2$) に比べ、Rがやや小さいが、他の性質は似る。 ϵ_F が超相対論的になるとMの上限 $\sim m_p \alpha_G^{-2/3} \sim 1.4 M_{\odot}$ 。
5. NS : 初期質量 $8 \sim 20 M_{\odot}$ の恒星が進化、中心部が潰れ重力崩壊型超新星爆発で生成。核子縮退圧で支えられる。半径はWDに比べ $\sim m_e/m_p \sim 10^{-3}$ 。M-R関係や上限質量はWDの場合に準じるが、一般相対論と核力が加わるので複雑。観測的に $M = 1.4 \pm 0.3 M_{\odot}$ 。
6. BH : NSの上限質量を越えた場合に生じる。初期質量 $> 20 M_{\odot}$ の恒星の末路とされるが、できかたは未知の部分が大。重力波観測では $30 \sim 80 M_{\odot}$ のBHが多数で、その起源は未知。

2019/8/19

福山サマースクール

17

2f. NSのM-R 関係

WDの場合、

$$R \sim \lambda_e (M/m_p)^{-1/3} / \alpha_G \sim 0.01 R_{\odot} (M/M_{\odot})^{-1/3} \dots (2.4)$$

だった。NSの場合は、縮退するのは電子ではなく核子なので、 λ_e を核子コンプトン波長 $\lambda_p = h/m_p c$ に置き換えればよい。よって同じ質量の場合、

NSの半径はWDの半径の約 $m_e/m_p = 1/1840$ 倍を得る。

より詳しく核子と電子の数比なども考慮すると、

$$R_{NS}/R_{wd} \sim 1/600 \text{ (ただし同じ質量で比較)} \dots (2.5)$$

これより $R_{NS} \sim 0.01 R_{\odot} / 600 \sim 10 \text{ km}$

2019/8/19

福山サマースクール

18

2g. 重力エネルギー vs. 核エネルギー

これらは宇宙の二大エネルギー源だが、性質は大きく異なる。

《核エネルギー》

- 天体表面or内部の核反応で核子1コあたり解放されるエネルギーは、 $E_n \sim \text{MeV}$ で、ほとんど環境に依存しない。
- 質量 M の物質のもつ核エネルギー $\propto M$ で、これは核力が短距離力だから。

Schwarzschild半径

《重力エネルギー》

- 核子1コを無限遠から天体表面まで物質を落下させた時に解放されるエネルギーは $E_g = GMm_p/R$ 、BHに落下させると、 $E_g \sim (1/12)GMm_p/(2GM/c^2) \sim 0.1 m_p c^2 \sim 100 \text{ MeV}$
- 自己重力エネルギーはeq.(1.4)より $|\Psi| \propto M^2$ (if $R=\text{一定}$)、or $|\Psi| \propto M^{5/3}$ (if $\rho=\text{一定}$)。質量に1乗より強く依存する、極めて特異なエネルギー。これは重力が長距離力だから。

2019/8/19

福山サマースクール

19

2h. 重力現象と核物理現象

	質量 $M (M_\odot)$	半径 $R (R_\odot)$	E_g	E_n	E_g/E_n
星	0.08~100	$\sim (M/M_\odot)^{0.7}$	$\sim 1 \text{ keV}$	$\sim \text{MeV}$	$\sim 10^{-3}$
WD	0.1~1.4	$\sim 0.01 \times (M/M_\odot)^{-1/3}$	$\sim 0.1 \text{ MeV}$		~ 0.1
NS	~ 1.4	$\sim 2 \times 10^{-5}$	$\sim 200 \text{ MeV}$		$\sim 10^2$

星：当初、太陽のエネルギー源は重力と思われたが、放射を賄える期間は§1cのKelvin-Helmholtz 時定数で、 $\tau_{KH} \sim 2 \times 10^7 \text{ yr}$ 。Charles Darwinは「地球の年齢はもっと長いはず」と反論。後に、3桁多い核エネルギーが恒星のエネルギー源と判明。

WD：降着現象 (e.g., 矮新星) と核反応現象 (e.g., 古典新星) が拮抗して観測され、エネルギー源が区別しづらい。

NS：一般に降着現象が核反応現象より卓越。しかし降着する弱磁場NS (LMXB) の表面で起きるX線バーストは、核反応起源。

2019/8/19

福山サマースクール

20

§3. 降着現象

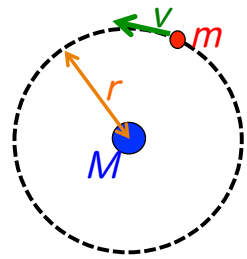
- ・ 質量の供給方法
Roche lobe overflow、星風捕獲
星間ガスの捕獲など
- ・ 降着流の流体力学
角運動量輸送とエネルギー収支
- ・ 電磁放射とX線スペクトル

3a. ケプラー運動

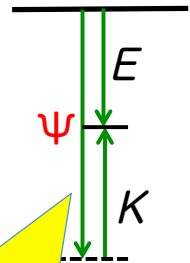
- ・ 多粒子相互作用(圧力, 粘性, 放射etc.) を無視すれば、降着物質は、中心天体を焦点の1つとする楕円上を運動する(ケプラー運動)。
- ・ 軌道の形状は幾何学的には、軌道長半径 a と離心率 e を与えると決定できる。
- ・ 物理的な保存量は、力学的エネルギー E ($\Leftrightarrow$ 時間の一様性) と角運動量 L ($\Leftrightarrow$ 空間の等方性) の2つ。
- ・ $(a, e) \Leftrightarrow (E, L)$ の対応関係。 $a \propto |E|$ で、 a or E が同じなら、 L が大なほど e が小さく、よって軌道は丸い。一般に降着物質は大きな L をもつと期待されるので、降着流は円軌道に近い形をとる。

3a. (つづき) ケプラー運動

- 大きな質量 M の周囲の質点 m の円運動を仮定。
- 軌道半径 r 、角速度 ω 、速度 $v=r\omega$
- ポテンシャルエネルギー $\Psi = -GMm/r$
- Keplerの第3法則(の表現の1つ) $v = \sqrt{GM/r}$
- 運動エネルギー $K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}GMm/r = -\Psi/2$
- 力学的エネルギー $E = K + \Psi = \Psi/2 = -K = -\frac{1}{2}GMm/r$
- 角運動量 $L = mvr = \sqrt{GMr}$
- m が落下するためには、2つ保存量 E とが、足並みを揃えて変化する必要がある。



これもビリアル定理,
eq.(3.1)



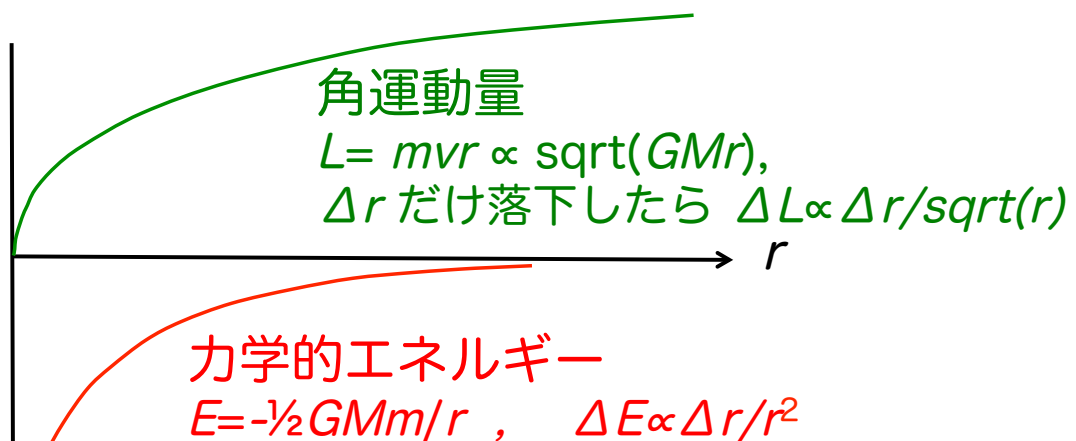
§1cの U を K に置換

2019/8/19

福山サマースクール

23

3b. 角運動量とエネルギーの引き抜き



$$\rightarrow \Delta L / \Delta E \propto r^{1.5}$$

r の大きな領域では角運動量の捨て方が、
 r の小さい領域ではエネルギーの捨て方が、
それぞれ質点の落下を律速する。

2019/8/19

福山サマースクール

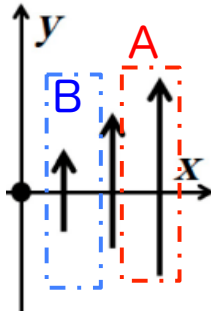
24

3c. 角運動量の輸送

降着流の E は放射として捨てられるが、 L はずっと捨てにくく、おもに以下の過程に限られる。

1. 中心天体が強磁場をもつ場合は、磁場を介して中心天体にトルクを及ぼすことで、角運動量を捨てる (==>§6)。
2. 粘性により、降着流が、**後続の降着流**の一部に L を渡すことで、外向きに L 輸送。アウトフローなども形成される。

ストレステンソルの非対角成分。
 $\partial v_y / \partial x \neq 0$ の時、
 A は y 方向に減速され、 B は加速される。



降着流の Kepler (角) 速度は外向きに減少するので、粘性により L は内から外へ輸送。



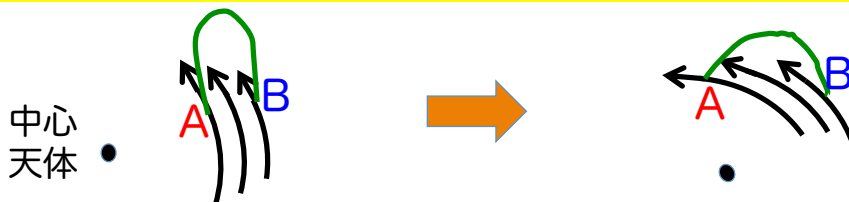
2019/8/19

福山サマースクール

25

3d. 磁気回転不安定性 (MRI)

特に有効な L の輸送過程が、拡張された粘性とも言うべき、磁気回転不安定性 (MRI ; Hawley & Balbus, *ApJ* 376, 223, 1991)。



降着流の内側 A と外側 B を磁力線(緑)が結ぶ。

磁力線は降着流に凍結され回転。

角速度の差で A が先行し B は遅れる。

磁力線の張力は θ 方向に A を減速 (B を加速) させる。結果的に A (B) は全エネルギー E を減らし (増やし)、ビリアル定理 eq.(3.1) により重力ポテンシャル $\Psi = 2E$ も減少 (増加)。よって A は落下し (B は半径を増やし)、かつ角速度も増大 (減少)。 B は A よりさらに遅れ、磁力線はますます伸長。

2019/8/19

福山サマースクール

26

3e. 標準降着円盤

✧ L の輸送は無視、 E の変化にのみ着目。降着物質は平たい円盤を形成、ケプラー回転しつつゆっくり落下と仮定。

✧ 質量 Δm が Δt の間に半径方向に $-\Delta r < 0$ だけ落下。

$$\Delta \Psi = \Delta(-GM\Delta m/r) = -\Delta r \cdot GM\Delta m/r^2$$

✧ ビリアル定理eq.(3.1)より、全エネルギーの減少分は、

$$\Delta E = \frac{1}{2} \Delta \Psi = -\frac{1}{2} \Delta r \cdot GM\Delta m/r^2 < 0$$

✧ この ΔE が、半径 r で動径方向の幅 Δr をもつ円環の表裏面から黒体放射されたとすると、Stefan=Boltzmannの定数を σ 、円盤の温度を $T(r)$ として、

$$2 \times 2\pi r \Delta r \cdot \sigma T(r)^4 \cdot \Delta t = \frac{1}{2} \Delta r \cdot GM\Delta m/r^2$$

$$T(r)^4 = (GM/8\pi\sigma r^3) \dot{M}_{\text{dot}} \quad \dots(3.2)$$

2019/8/19

福山サマースクール

27

$$T(r)^4 = (GM/8\pi\sigma r^3) \dot{M}_{\text{dot}} \quad \dots(3.2)$$

✧ 円盤のローカル温度は、 $T(r) \propto r^{-3/4}$ で中心に向け上昇。

✧ eq.(3.2)に円盤表裏の面積要素 $4\pi r dr$ を掛け、ある内縁半径 R_{in} から無限遠まで r で積分すると、円盤の放射光度は

$$\begin{aligned} L_x &= \int \sigma T^4 4\pi r dr = \frac{1}{2} (GMM_{\text{dot}}) \int dr/r^2 \\ &= GMM_{\text{dot}}/2R_{\text{in}} \quad \dots(3.3) \end{aligned}$$

✧ これは無限遠から質量降着がレート $\dot{M}_{\text{dot}}$ で起きているとき、単位時間に R_{in} までに解放される $|\Psi|$ の半分。残り半分は、 R_{in} でのケプラー回転の運動エネルギーとして蓄えられる。

✧ eq.(3.3) の因子 GMM_{dot} をeq.(3.2)を用いて消すと、Stefan=Boltzmannの法則そっくりの関係式が得られる：

$$L_x = 8\pi\sigma R_{\text{in}}^3 T_{\text{in}}^4 / 2R_{\text{in}} = 4\pi R_{\text{in}}^2 \sigma T_{\text{in}}^4 \quad \dots(3.4)$$

ただし $T(R_{\text{in}}) \equiv T_{\text{in}}$ とした。

✧ R_{in} の下限は、BHでは一般相対論の最終安定軌道、NSではNS半径と考えられる。

2019/8/19

福山サマースクール

28

3f. Eddington限界光度

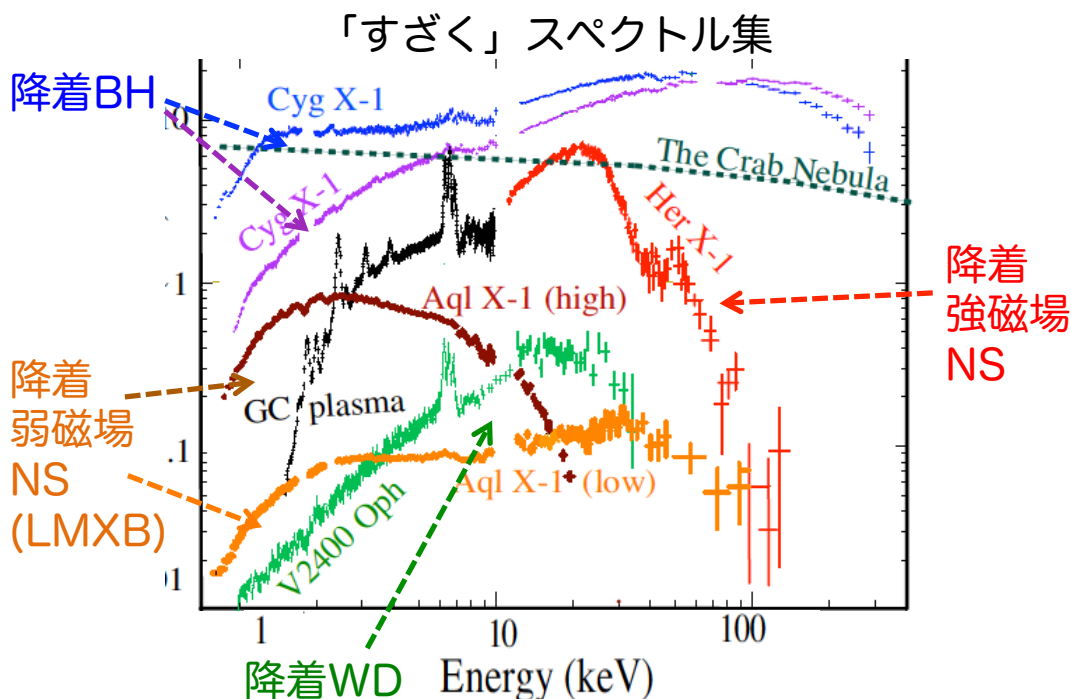
- ◇ 一般に光度 $L_x \propto M_{\text{dot}}$ だが、 M_{dot} を大きくすれば L_x をいくらでも上げられるわけではない。光子の放射圧が高まるため、降着が阻害され、自然な上限(Eddington限界)が存在。
- ◇ 中心天体の上空 r に体積 V の物質を仮定。その核子数密度を n_N とすれば、内向きの重力は $F_G = GM(Vn_N m_p)/r^2$
- ◇ V を貫く光子の外向き運動量フラックス $L_x/4\pi r^2 c$ のうち、Thomsonの光学的厚み $V n_e \Sigma_T$ を掛けた分だけが放射圧として働く。 $\Sigma_T = (8\pi/3)r_e^2 = 6.65 \times 10^{-29} \text{ m}^2 \dots (3.5)$ はThomson散乱の断面積。よって光子の外向き放射圧は $F_{\text{rad}} = (V n_e \Sigma_T)(L_x/4\pi r^2 c)$
- ◇ 力の釣り合い $F_{\text{rad}} = F_G$ とし、両辺に共通な V/r^2 を除去すると、 $n_e \Sigma_T L_x / 4\pi c = GM(n_N m_p)$
- ◇ これよりEddington限界光度は、 $n_N/n_e \sim 1.2$ として $L_{\text{Edd}} = (4\pi G M m_p c)(n_N/n_e) / \Sigma_T \sim 1.5 \times 10^{31} (M/M_\odot) \text{ W} \dots (3.6)$

2019/8/19

福山サマースクール

29

§4. ソフト状態のスペクトル



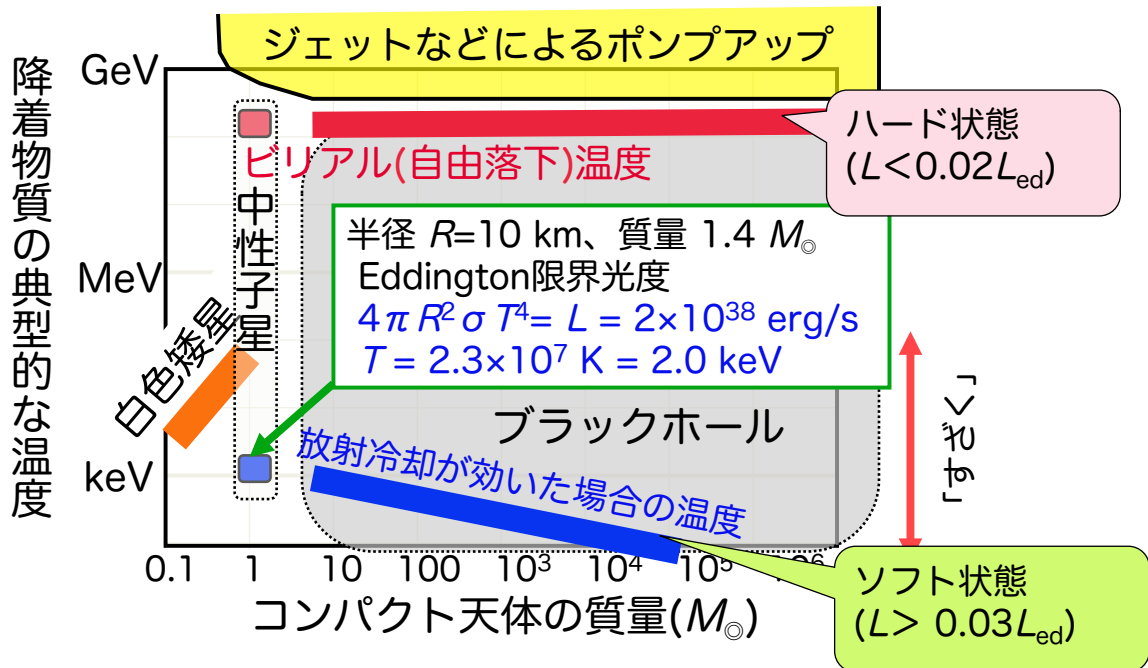
2019/8/19

福山サマースクール

30

4a. 質量降着に伴う2つの温度

降着物質は、必ずしもコンパクト天体のビリアル温度になるとは限らない。放射冷却が効けば、ずっと低温になる。



2019/8/19

福山サマースクール

31

4b. 二種類の「熱的放射」

《温度 T で光学的に薄いプラズマ放射》

1. 放射の自己吸収は起こらないと仮定。
2. 連続成分は、電子がイオンで曲げられる際の制動放射。さまざまなイオンの輝線を伴う。
3. 放射源体積を V 、電子密度 n_e 、イオン密度 n_i とすれば、エネルギーフラックスは電子の Maxwell 分布を反映し、

$$\propto (V n_e n_i) \cdot (h\nu)^{-0.4} \exp(-h\nu/kT) \cdot d\nu$$

《温度 T で光学的に厚い物体の黒体放射》

1. 放射と物体は熱平衡にあり、自己吸収が完全に効くと仮定。
2. 放射過程は問わず、輝線も吸収線もない。
3. 放射表面積を S 、Stefan=Boltzmann 定数を σ とすればエネルギーフラックスは

$$\propto S \cdot (h\nu)^3 / \{\exp(h\nu/kT) - 1\} \cdot d\nu$$

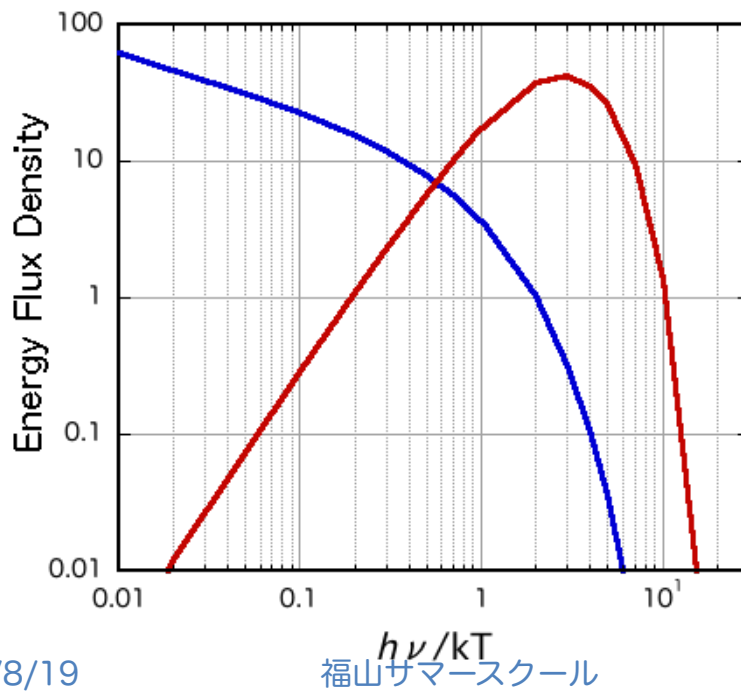
2019/8/19

福山サマースクール

32

《温度 T で光学的に薄いプラズマ放射》

《温度 T で光学的に厚い物体の黒体放射》

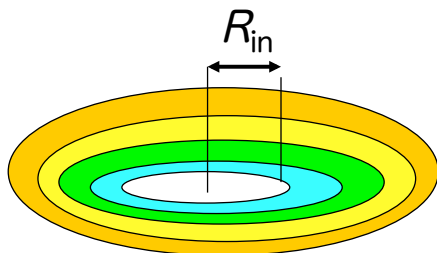


2019/8/19

福山サマースクール

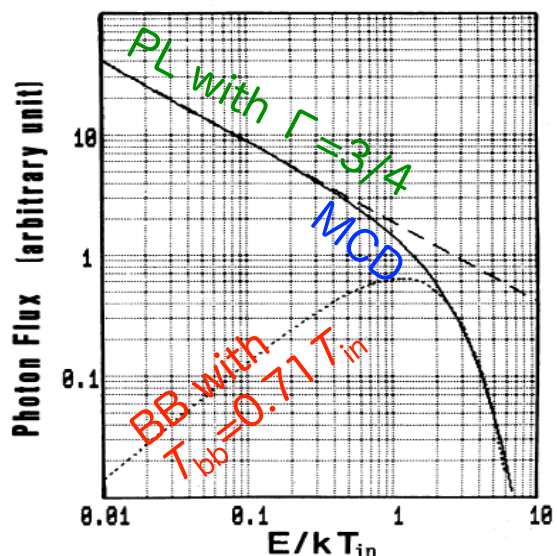
33

4c. 多温度黒体放射(MCD) モデル



Mitsuda *et al.* *PASJ* 36, 741 (1984)
Makishima *et al.* *ApJ* 308, 635 (1986)

標準降着円盤の温度勾配eq. (3.2) $T(r) \propto r^{-3/4}$ を仮定し、温度 $0 \sim T_{in}$ の黒体放射スペクトルを、円環面積の重みで加算したもの。観測スペクトルの横軸位置から T_{in} が、(距離がわかれば) 縦軸位置から R_{in} が、推定できる。



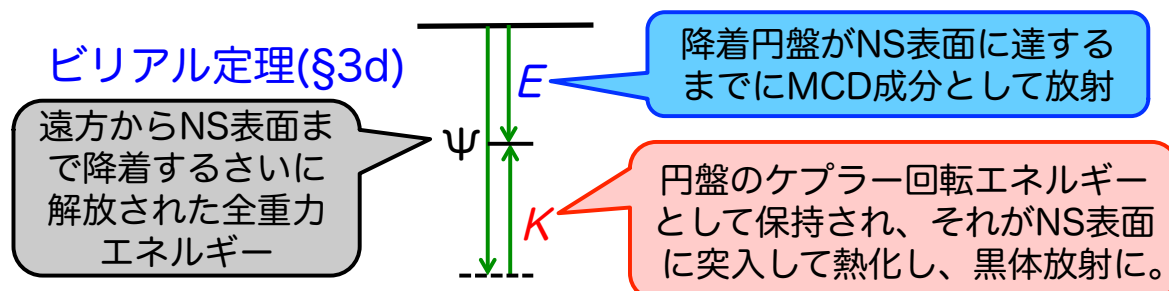
2019/8/19

福山サマースクール

34

4d. 観測との比較(NSの場合)

$L_x > 0.3 L_{\text{Edd}}$ の時、LMXB(質量降着する弱磁場NS)のスペクトルは、 $T_{\text{in}} \sim 1 \text{ keV}$ で $R_{\text{in}} \sim 10 \text{ km}$ のMCDと、 $T_{\text{bb}} \sim 2.2 \text{ keV}$ で $R_{\text{bb}} < 5 \text{ km}$ のBBの和として良く表現でき、ビリアル定理の予言どおり、これら2成分の光度はほぼ等しい。



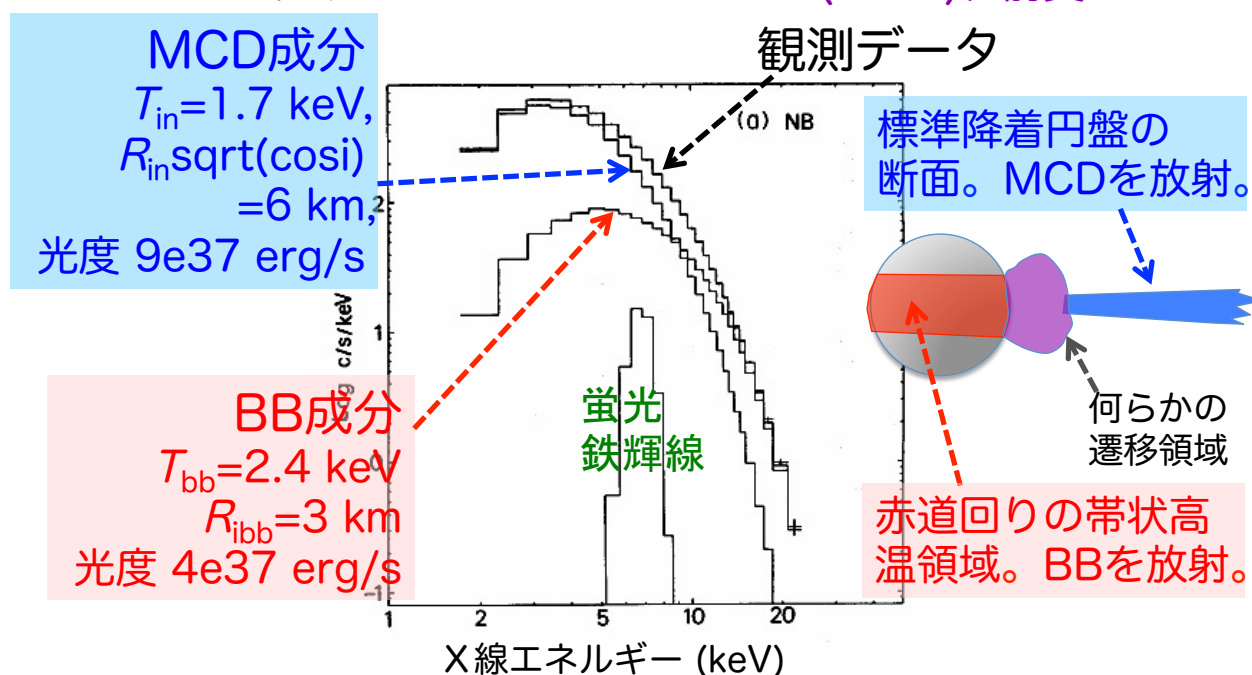
- 「てんま」 : Mitsuda *et al.* (1984)(前頁)
 「ぎんが」 : Makishima *et al.* *PASJ* 41, 531 (1989)
 米国RXTE : Takahashi, H. *et al.* *ApJ* 738, 62 (2011)
 「すざく」 : Sakurai, S. *et al.* *PAS* 66, 10S (2014)
 Zhang, Z. *et al.* *PASJ* 66, 120 (2014)

2019/8/19

福山サマースクール

35

「ぎんが」衛星で得た、NS連星GX 3+1のX線スペクトル Makishima *et al.* (1989)、前頁



2019/8/19

福山サマースクール

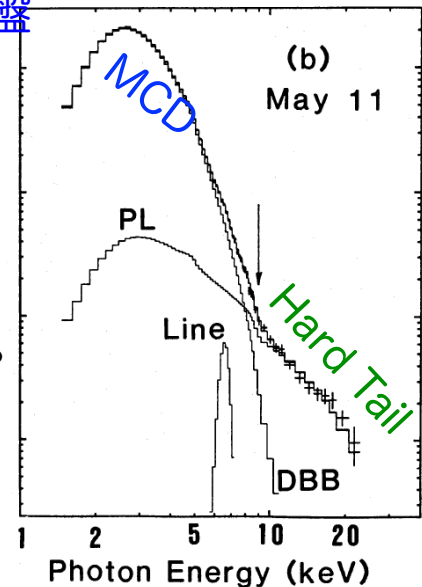
36

4e. 観測との比較(BHの場合)

Makishima *et al.* (1986)(§4d) 「てんま」衛星で得られたBH連星GX 339-4のスペクトルは、 $T_{\text{in}}=0.7\sim0.8$ keVのMCDモデルとhard tailの和でよく再現。標準降着円盤が確かに存在する。

Takizawa (1992) 「ぎんが」衛星で観測したBH新星GS 200+25では、X線光度が3桁も変化した。が、 R_{in} の値は極めて一定に保たれた。 R_{in} は物理的に意味をもち、最終安定軌道を表わすようだ。

Ebisawa *et al.* (1993) 「ぎんが」で観測した大マゼラン雲のBH連星LMC X-3では、 R_{in} の値は、 $\sim 7 M_{\odot}$ のBHの最終安定軌道半径に無矛盾。

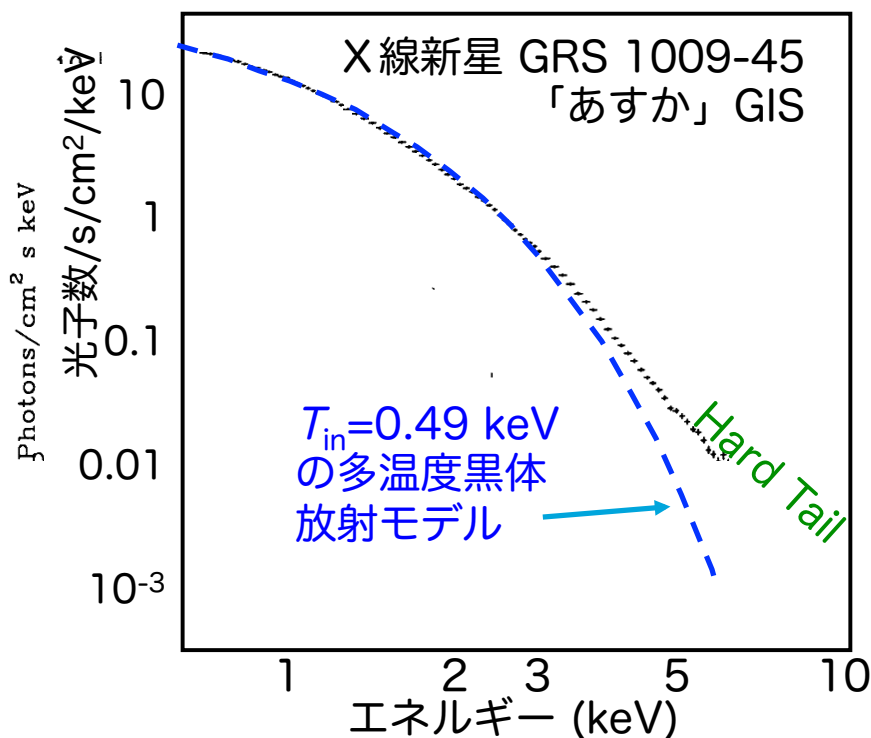


2019/8/19

福山サマースクール

37

Kubota, A. *et al.* PASJ, 50, 667 (1998)



観測されたスペクトル(カウント表示, deconvolved) は、多温度黒体放射とハードテイルの和で良く表現できる。

この天体は、BH新星であろう。

2019/8/19

福山サマースクール

38

4f. 円盤内縁温度の理論予想値

- ✧ 質量 M のBHがEddington光度 eq.(3.6) の η 倍 ($0 < \eta < 1$) で放射: $L = 4\pi \eta GMm_p c / \Sigma_T$
- ✧ Thomson断面積 eq.(3.5) $\Sigma_T \equiv (8\pi/3)(e^2/4\pi\epsilon_0 m_e c^2)^2$
- ✧ 円盤光度 eq.(3.3): $L = 4\pi R^2 \sigma T^4$
- ✧ S-B 定数: $\sigma \equiv \pi^2 k^4 / 60 c^2 \hbar^3$
- ✧ 最内縁安定軌道の半径: $R = 3R_s = 6GM/c^2$
 $R_s = 2GM/c^2$ は Schwarzschild 半径
- ✧ 最内縁での円盤温度: $kT = \left[(5\eta/8\pi^3) / (\alpha_G \alpha^2 N) \right]^{1/4} \left[(m_e c^2)(m_p c^2) \right]^{1/2}$
 $= 1.0 \eta^{1/4} (M/10M_\odot)^{-1/4} \text{ keV}$

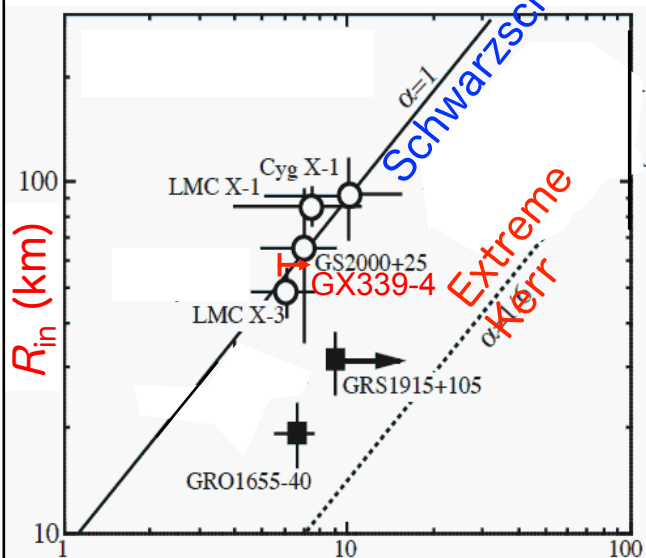
BHに含まれる核子数

4g. BH質量/スピンの推定

Makishima et al. *ApJ* 535, 632 (2000): 「あすか」の結果

non-spin BH周りの最終安定軌道 (ISCO) の半径は、 $3R_s = 6GM/c^2$ 。これを観測された R_{in} と同一視すれば、距離を知ってBH 質量が推定できる!

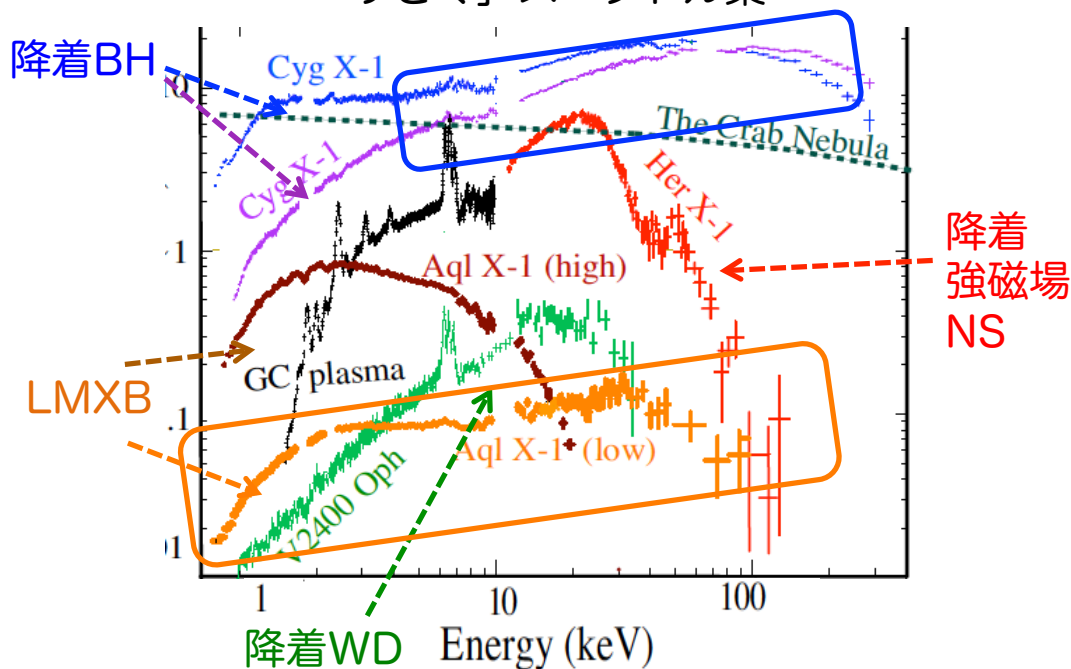
光学的に質量既知のBHでは、期待される R_s を $R_{in}(= \text{ISCOの半径})$ と比べることで、BHスピンの推定ができる。2つのマイクロウェーサーGRO 1915+105 とGRS 1655-40は、スピンの大かもしれない。



光学的に決定したBH質量

§5. ハード状態のスペクトル

「すざく」 スペクトル集



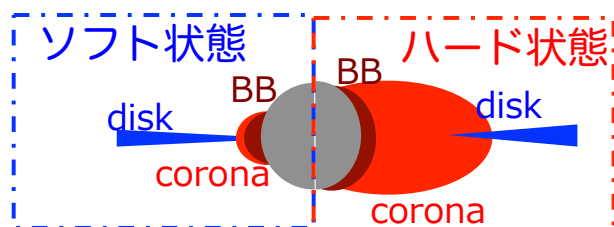
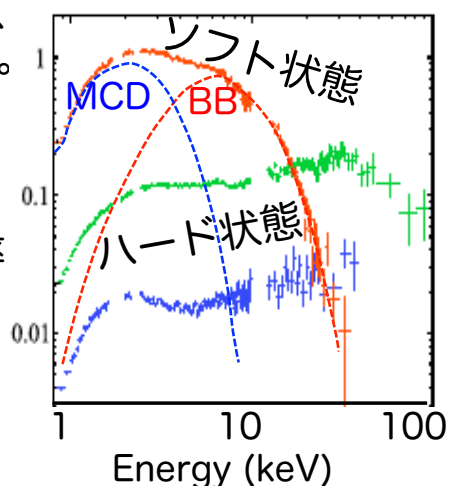
2019/8/19

福山サマースクール

41

5a. 降着流の2つの安定状態

- ✧ 標準降着円盤は光学的に厚く冷却が効き、光子温度 $T_r = T_e = T_i \ll T_{ff}$ (自由落下温度)。円盤厚み h と半径 r の比は $h/r \sim T_e/T_{ff} \ll 1$ なので、円盤は幾何学的に薄く光学的に厚い。スペクトルはソフト状態。
- ✧ 体積放射率 $\propto n_e n_i$ 、重力による体積加熱率は $\propto n_i$ なので、 M_{dot} が低下し密度が下がると放射率 < 加熱率 $\Rightarrow$ 円盤は昇温し圧力で膨脹 $\Rightarrow$ さらに密度が下り冷却しにくく $\Rightarrow$ 幾何学的に厚く光学的に薄い降着流 (コロナ) から成るハード状態へ遷移。



「すざく」で見たLMXB Aql X-1のスペクトル (Sakurai+14, Ono+17)。光度が下がるとソフト状態からハード状態に遷移した。

2019/8/19

福山サマースクール

42

5b. 降着流のエネルギー収支

ソフト状態 ハード状態

落下による重力エネルギー解放
 = 放射
 + アウトフロー
 + Kepler回転エネルギー
 + 動径方向運動エネルギー
 + 内部エネルギーの移流

1	1
0.5	0.5-a
0	0
0.5	0.5-b
0	+c
0	+d

しかし数値シミュレーションによれば、アウトフローは大きな影響をもち、光度が高いと光子の動力学も無視できない。

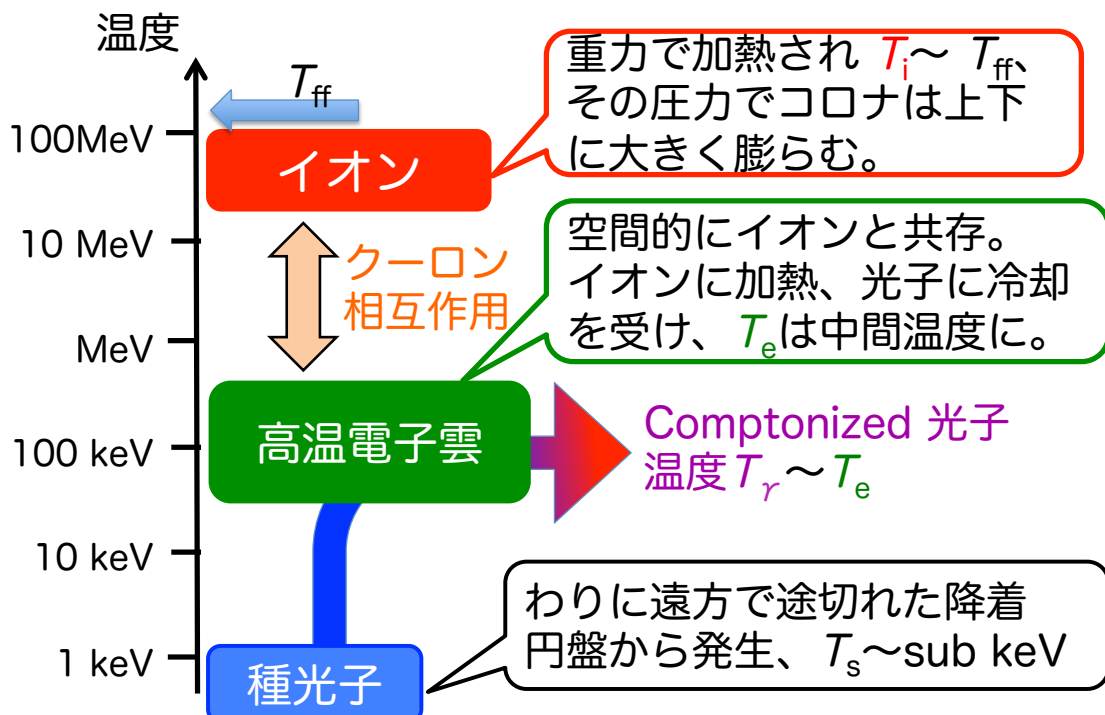
$$a+b=c+d$$

2019/8/19

福山サマースクール

43

5c. ハード状態での「コロナ」

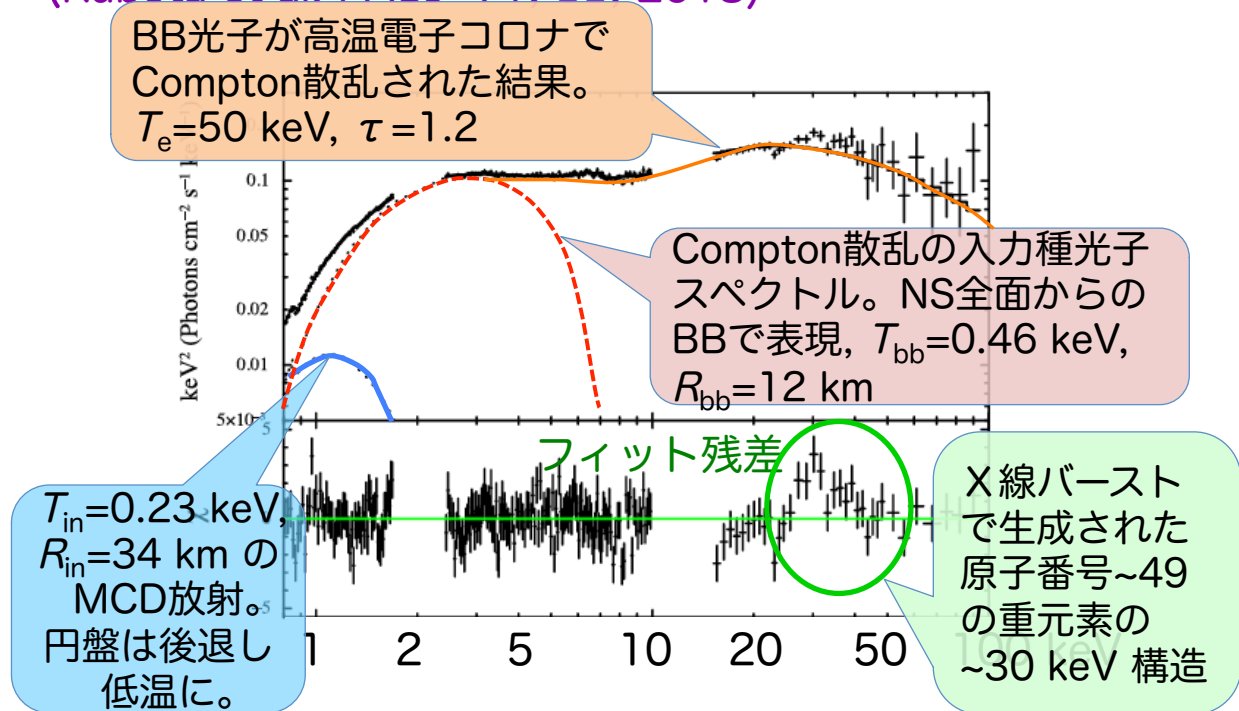


2019/8/19

福山サマースクール

44

5d. ハード状態のAql X-1のスペクトル(νF_ν 表示) (Kubota *et al. PASJ* 71, 33, 2018)



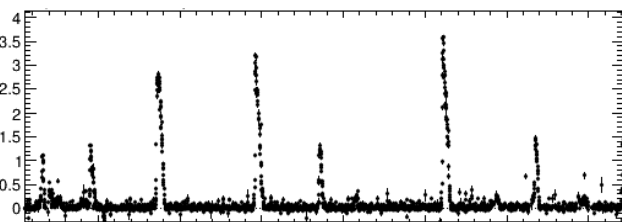
2019/8/19

福山サマースクール

45

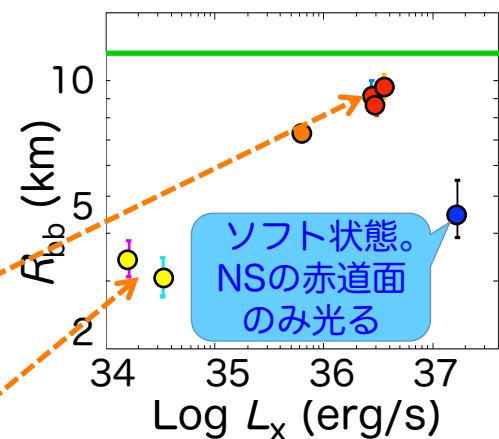
5e. Aql X-1

アウトバーストを繰り返すLMXB。「すざく」やMAXIの観測で、そのハード状態に詳しい知見。



MAXIによる約10年間のライトカーブ

1. 標準円盤はソフト状態では $\sim R_{NS}$ まで伸びるが、ハード状態では R_{NS} の数倍で途切れ、コロナ流に変化 (前頁および Sakurai +12, 14, §4d)。
2. ハード状態のコロナの流速は、半径方向には $\sim 0.04 v_{ff}$, よって円周方向にはまだ、 $\sim v_K = \sqrt{2} v_{ff}$ の流速をもつ。
3. 明るいハード状態ではNSほぼ全面がBBを放射するが、光度低下すると、磁気圏が頭をもたげ、BBの面積減少。
磁場強度 $B \sim 1 \times 10^7$ G

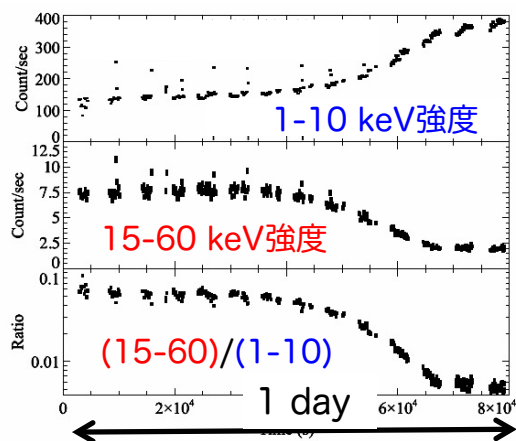
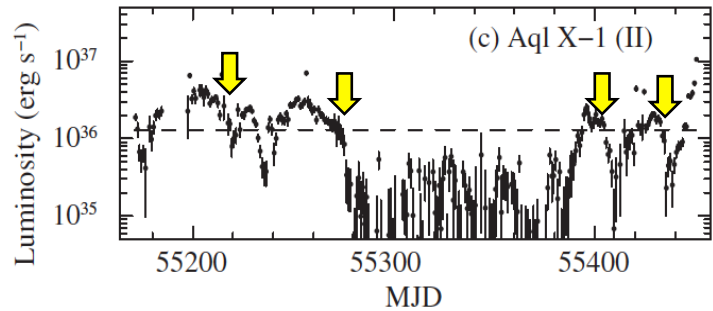


2019/8/19

福山サマースクール

46

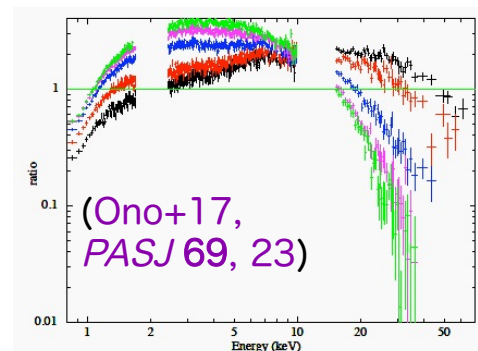
4. $L_x < 1 \times 10^{36}$ erg/sでは磁場が降着物質を跳ね飛ばす「プロペラ効果」により降着率が激減。2.と無矛盾な $B \sim 2 \times 10^7$ G が示唆される (Asai+13, *ApJ* 773, 117)。



2019/8/19

福山サマースクール

5. 「すざく」によりハード状態からソフト状態の劇的な遷移をキャッチ。



47

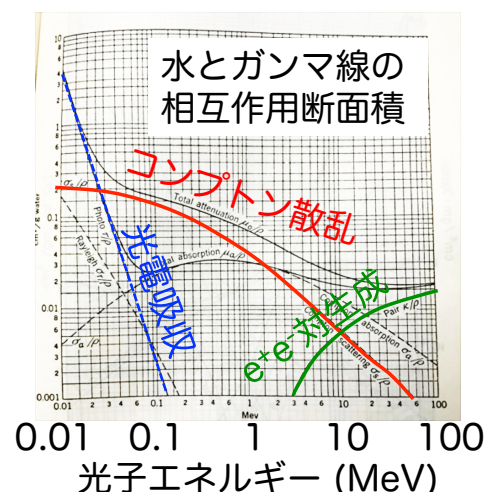
5f. 熱的コンプトン散乱

- ◇ コンプトン散乱：光子と自由電子の基本的な相互作用。
- ◇ 非相対論的極限ではトムソン散乱に帰着。弾性散乱で、光子エネルギー不変。入射光子の電場で電子が単振動し、電気双極子放射。
- ◇ 光子エネルギー $h\nu$ が大になると、Klein-Nishina公式で断面積が低下。電子が相対論的に重くなる。散乱は非弾性的で、電子と光子の間で、 $h\nu/m_e c$ のオーダーのエネルギーの交換。

電子温度 T_e をもつ熱的プラズマに光子が入射、複数回の散乱の後、逃げ出す。

- ◇ $h\nu \gg T_e$ ：光子はエネ損失、電子は加熱。
- ◇ $h\nu \ll T_e$ ：平均的に光子はエネルギーを獲得し、電子は冷却される。
- ◇ プラズマの光学的厚みを τ とすると、

$$y \equiv (4kT_e/m_e c^2) \cdot \tau (1 + \tau/3)$$
 が相互作用の強さを示すパラメータ。



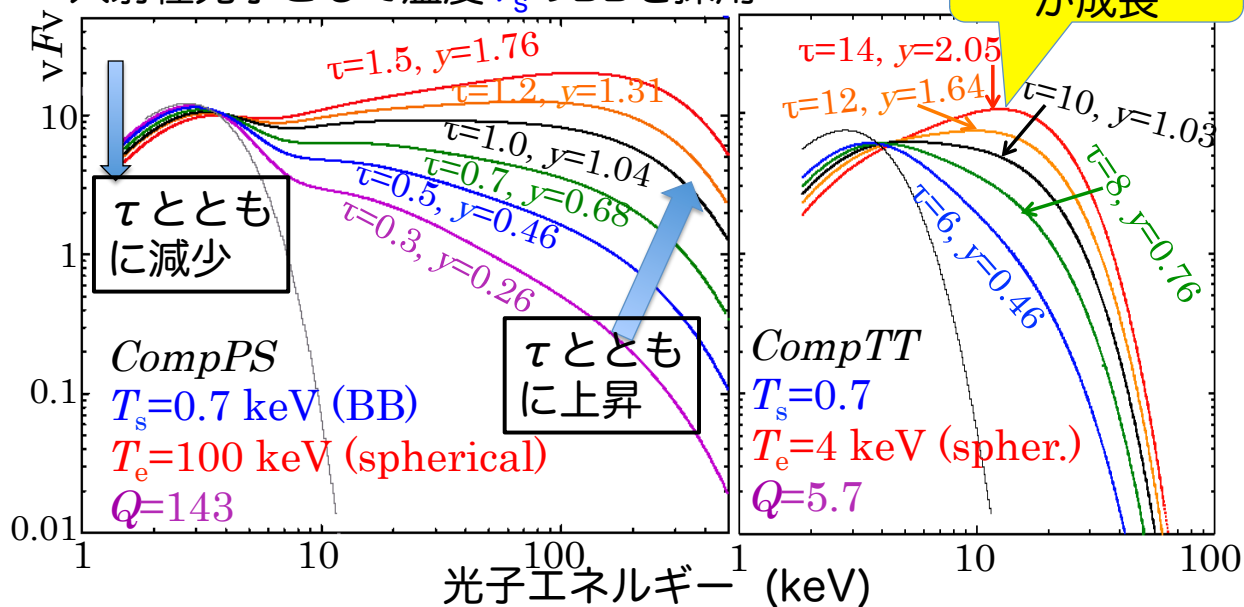
2019/8/19

福山サマースクール

48

5g. 熱的コンプトン散乱の理論スペクトル

入射種光子として温度 T_s のBBを採用



左: $Q \equiv T_e/T_s$ が大きく τ が小さい、thin/hot Compton
 右: Q が小さく τ が大きい、thick/cool Compton

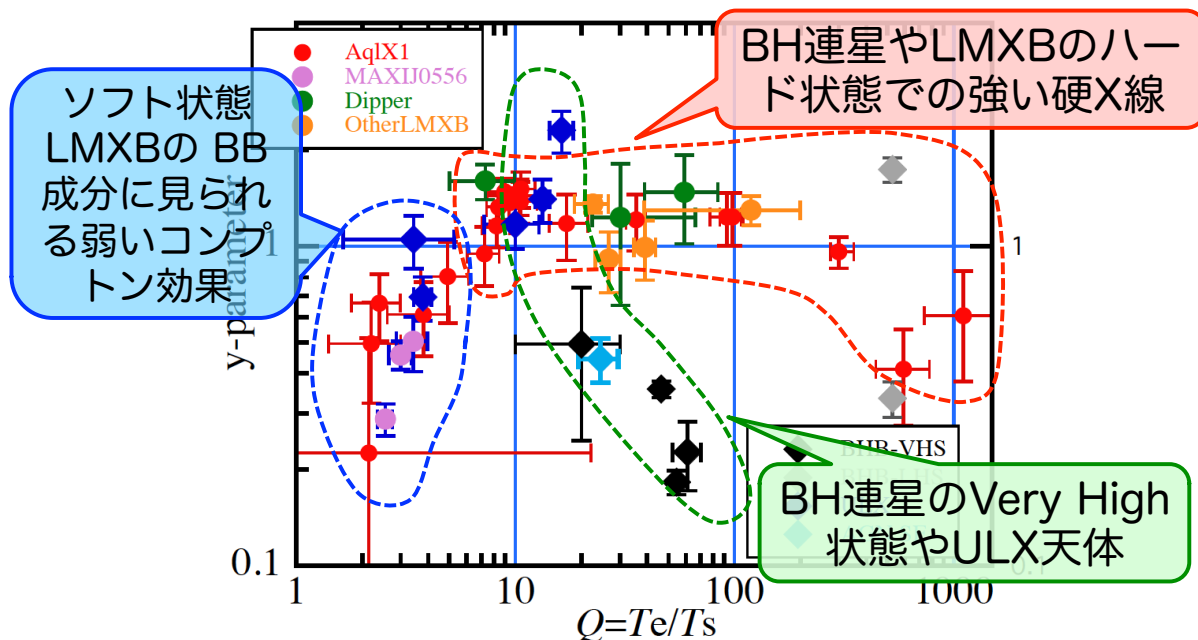
2019/8/19

福山サマースクール

49

5h. コンプトン散乱の統一的整理

さまざまな天体で観測される熱的コンプトン放射を、
 Q と τ で整理できるのでは? (Makishima 2014)。



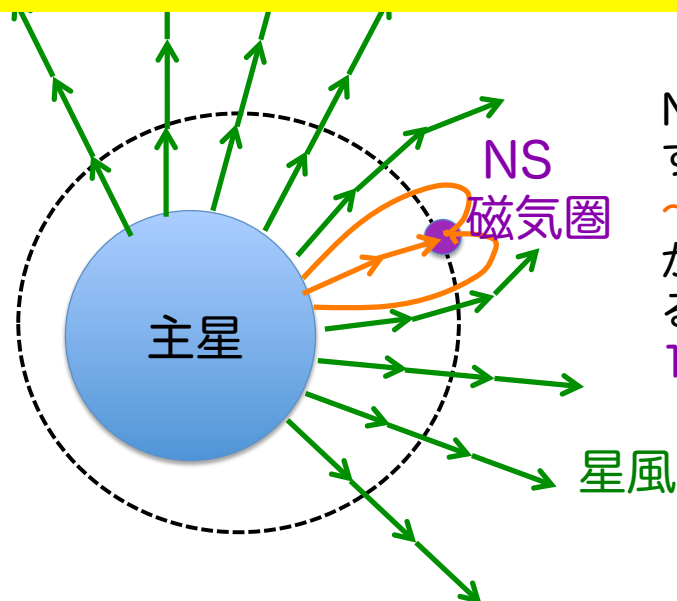
2019/8/19

福山サマースクール

50

§6. 連星 X 線パルサー (BXP)

大質量主星と**強磁場**NSの連星系。主星からの星風のうちNSに重力捕獲された部分がNSに降着する



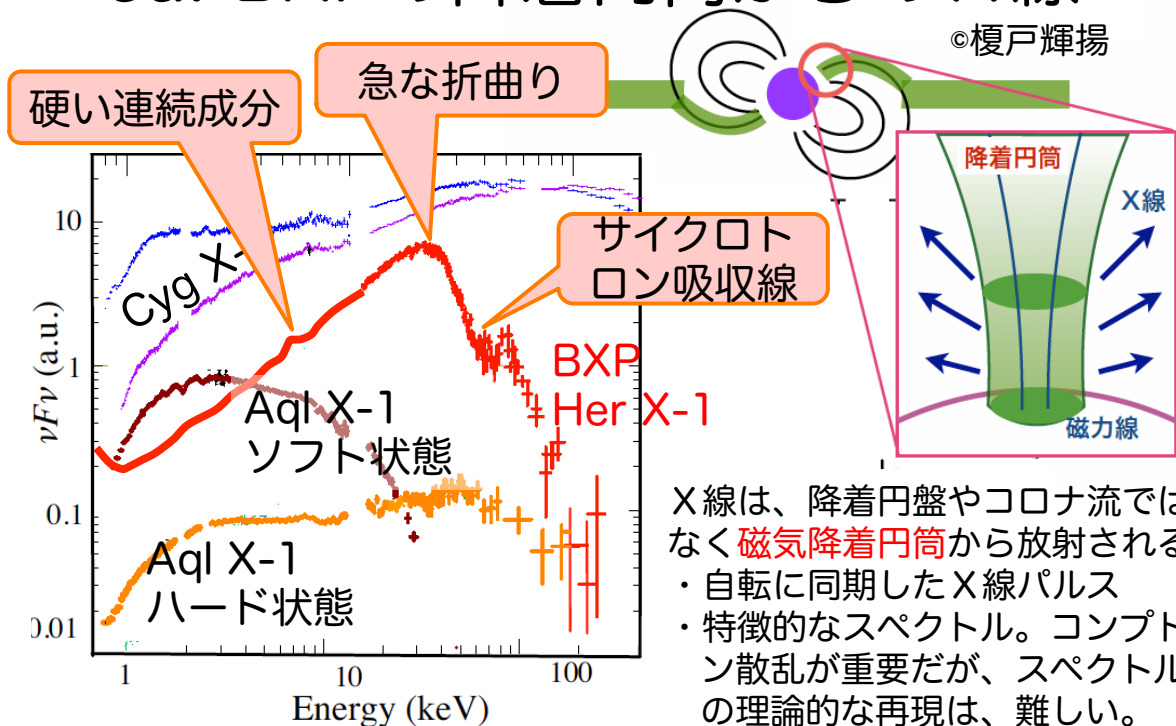
NSが星風を捕獲する**重力圏**は半径 $\sim 10^4 R_{\text{NS}}$ 、降着流がNSの磁場を感じる**磁気圏**は半径 $\sim 10^2 R_{\text{NS}}$

2019/8/19

福山サマースクール

51

6a. BXPの降着円筒からの X 線



2019/8/19

福山サマースクール

52

6b. BXPの特徴的な3つの半径

1. 「星風粒子の運動エネルギー<重力ポテンシャル」となり星風が捕獲できる、**重力圏**の半径 (**Bondi半径**): 主星からの星風の速度を w とすると、

$$r_B \sim 3.7 \times 10^{10} (w/10^3 \text{ km/s})^{-2} \text{ cm} \dots (6.1)$$
1. 「内向きの重力<NS磁場による外向きの力」となる**磁気圏**の半径 (**Alfven半径**): 磁気モーメント $\mu \propto BR^3$ を用い

$$r_A \sim 4 \times 10^8 (L_x/10^{37})^{-2/7} (\mu/10^{30})^{4/7} \times (R_{\text{NS}}/10 \text{ km})^{-2/7} (M_{\text{NS}}/1.4 M_{\odot})^{-1/7} \text{ cm} \dots (6.2)$$
3. 「降着物質のKepler角速度 $\omega_K = \text{NSの自転角速度}\Omega_{\text{NS}}$ 」となる**共回転半径**: NSの自転周期を $P = 2\pi/\omega_K$ とすると、

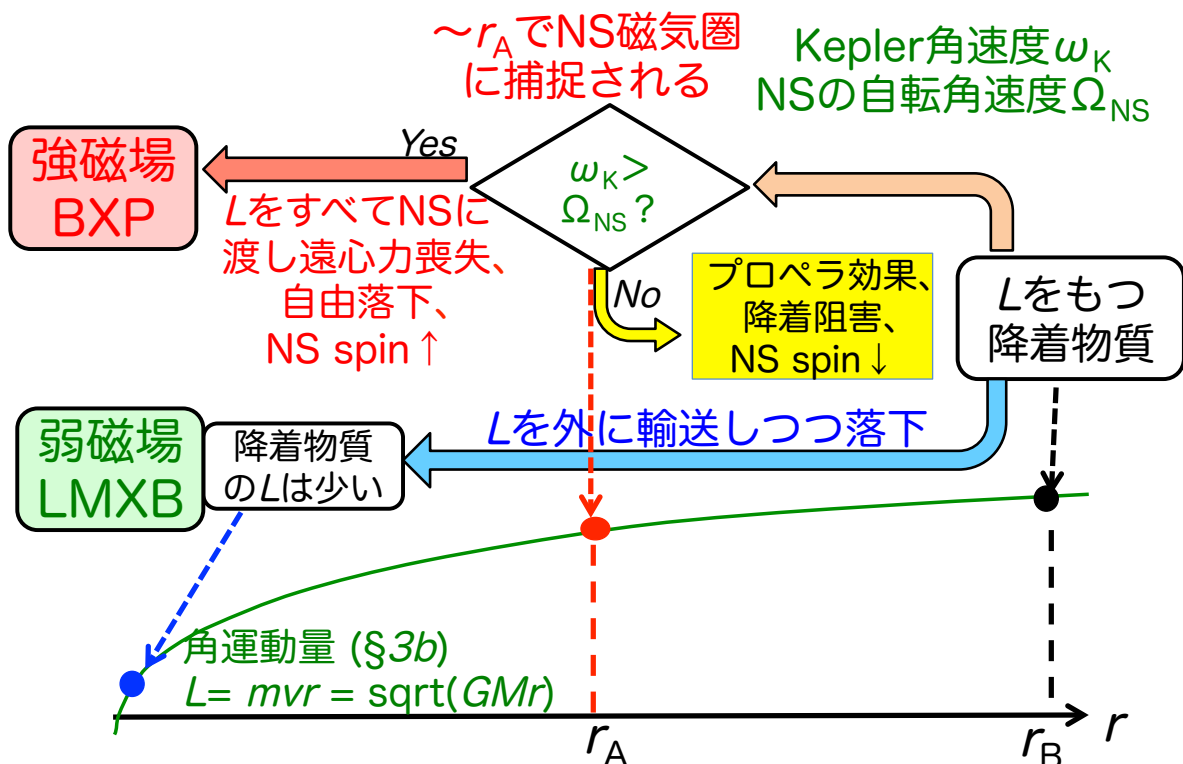
$$r_c = (GM_{\text{NS}}/4\pi)^{1/3} P^{2/3} = 1.7 \times 10^8 P(\text{sec})^{2/3} \text{ cm} \dots (6.3)$$

2019/8/19

福山サマースクール

53

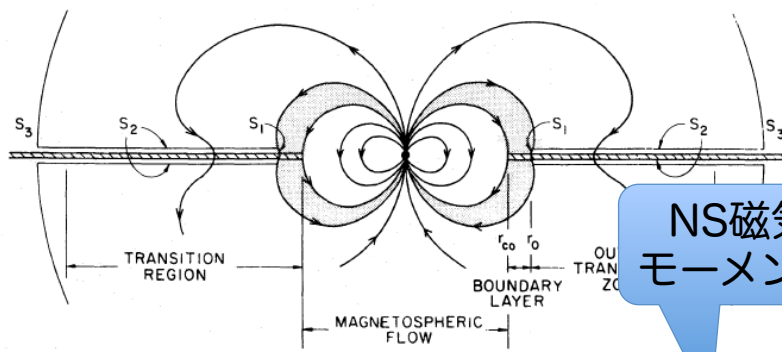
6c. r_A 付近での角運動量の受け渡し



2019/8/19

54

6d. 降着トルク理論



Ghosh & Lamb (1979), 以後GL79

NS磁気
モーメント

NS慣性
モーメント

$$-P_{\text{dot}}/P^2 = f(M_{\text{NS}}, R_{\text{NS}}, \Omega_{\text{NS}}/\omega_K) \mu^{2/7} J^{-1} L_x^{6/7} \quad \dots (6.4)$$

$$\begin{aligned} \Omega_{\text{NS}}/\omega_K < 1 &\Leftrightarrow r_c > r_A \Leftrightarrow f > 0 \Leftrightarrow \text{スピナップ} \\ \Omega_{\text{NS}}/\omega_K > 1 &\Leftrightarrow r_c < r_A \Leftrightarrow f < 0 \Leftrightarrow \text{スピンドウン(プロペラ)} \end{aligned}$$

とくに $f=0$ ($P_{\text{dot}}=0$) となるトルク平衡の条件は、

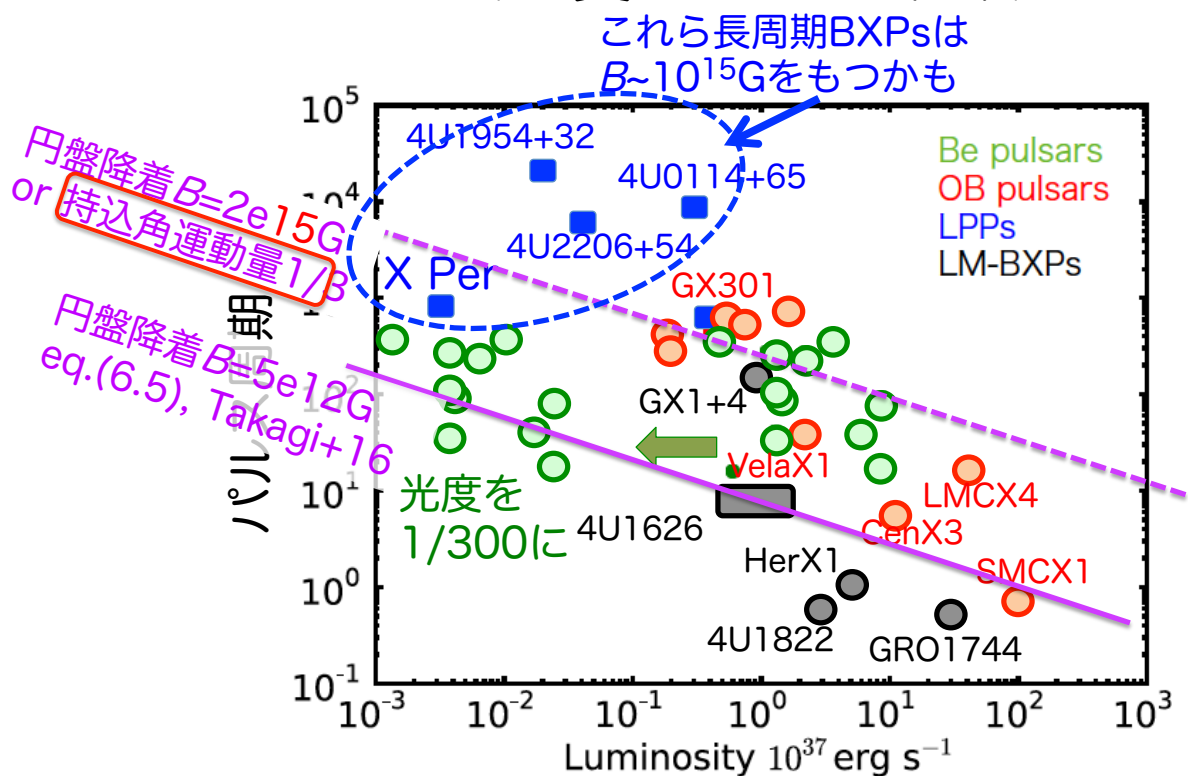
$$P(\text{sec}) = \text{数係数} \times (L_x/10^{37})^{-3/7} (\mu/10^{30})^{6/7} \quad \dots (6.5)$$

2019/8/19

福山サマースクール

55

6e. BXPの光度とパルス周期



2019/8/19

福山サマースクール

56

6f. 表面磁場の計測

サイクロトロン共鳴：

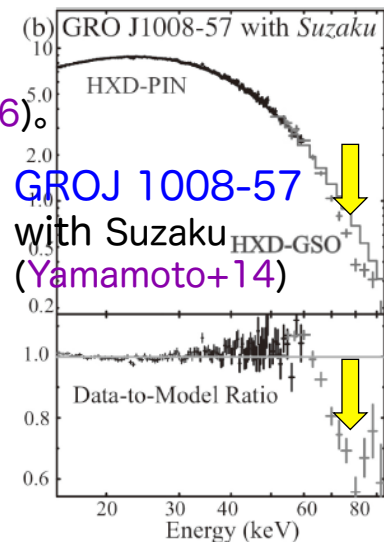
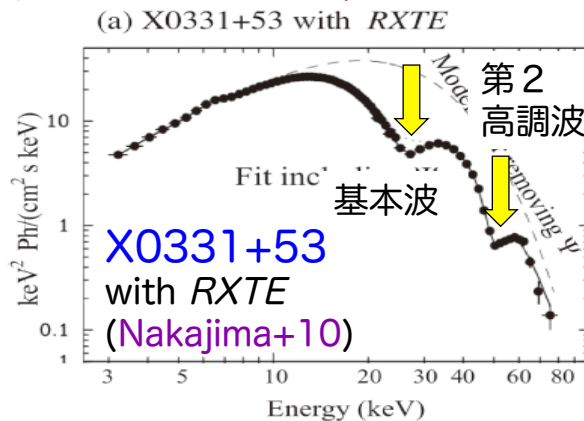
[古典論] 一様磁場 B の中で電子は角周波数 eB/m_e で円運動。

[量子論] Landau準位の間隔は $\hbar eB/m_e$ --->準位間の共鳴遷移によるスペクトル吸収構造が、エネルギー

$$E_c = \hbar eB/m_e = 11.6 (B/10^{12}\text{G}) \text{ keV}$$

に出現。それを検出すれば B がわかる

(Makishima, *Proc. Jp. Acad.*, 92, 135, 2016)。



2019/8/19

福山サマースクール

57

6g. 4U 1626-67を用いた検証

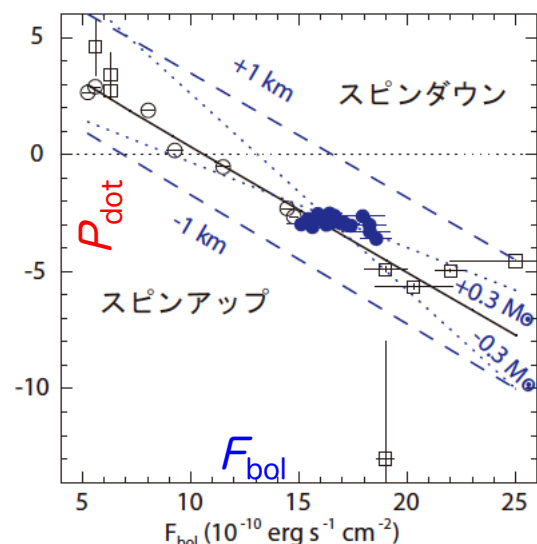
Takagi+16, *PASJ* 68S, 13

$P=7.6$ sec, $B=4\times 10^{12}$ G, $L_x=1\times 10^{37}$ erg/s, $D\sim 8$ kpc
のBXP. 例外的に、低質量星との連星系。星風捕獲ではなく、
Roche-lobe overflow+降着円盤。MAXI長期モニタ+文献値。

◇ $P_{\text{dot}}=0$ (トルク平衡) での L_x とeq. (6.5)から $\mu = \frac{1}{2} B \cdot R_{\text{NS}}^3$ がわかり、サイクロトロンでの B と合わせると $R_{\text{NS}}=12\pm 1$ km

◇ 右図データ点の傾きは、トルクに対する P_{dot} の応答を表わす。ここから慣性モーメント $\propto M_{\text{NS}} R_{\text{NS}}^2$ がわかり、上で求めた R_{NS} を用いて $M_{\text{NS}}=1.3\pm 0.3 M_{\odot}$

◇ GL79の較正に成功、NSのM-R間系を測る新方法が開発できた。



2019/8/19

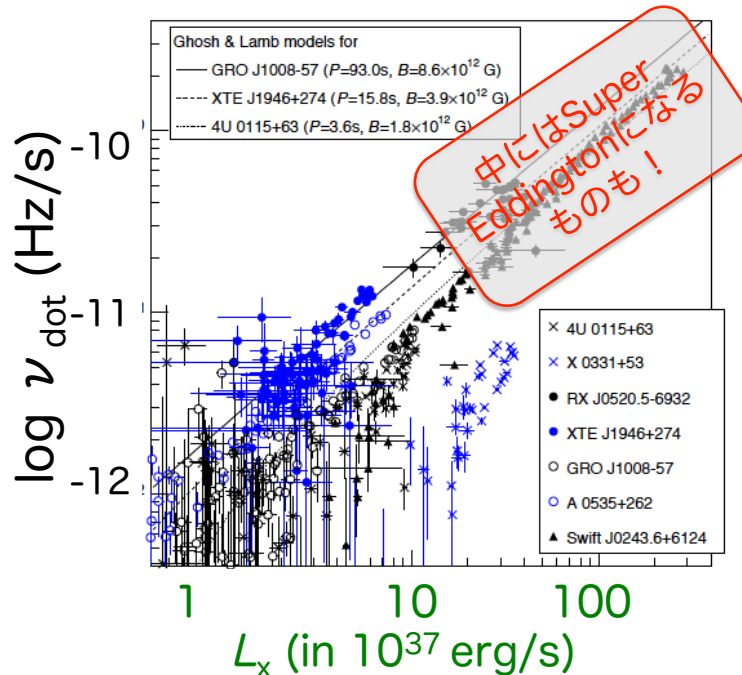
福山サマースクール

58

6h. いろいろなBe BXP

Sugizaki+17, *PASJ* 69, 100 ; 杉崎ほか天文月報(10月号?)

- ✧ BXPのうちBe型主星をもつもの (BeBXP)は、NSの近星点通過の付近でX線増光を繰り返す。
- ✧ MAXIなどで12個のBe BXPを長期モニター、X線光度とパルス周波数の変化 $\dot{\nu}$ を計測。
- ✧ 増光時のスピナップ ($\dot{\nu} > 0$)はfactor 3の範囲でGL79モデルのeq.(6.4)で説明できた。



2019/8/19

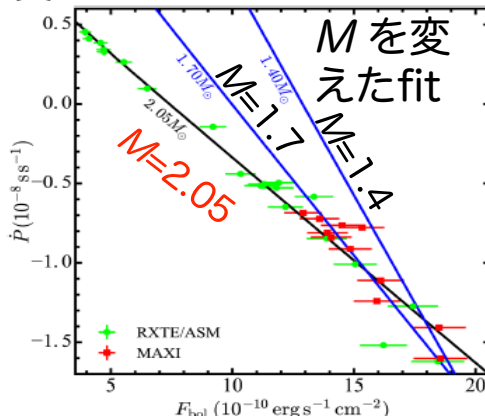
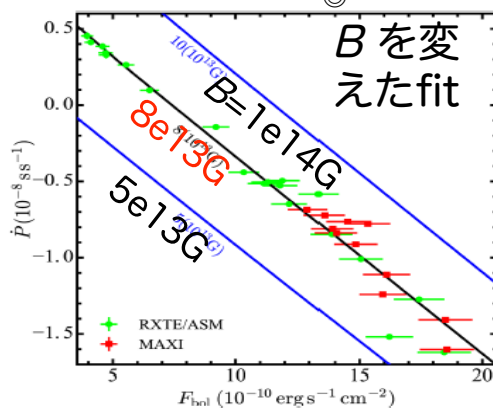
福山サマースクール

59

6i. X Persei

Yatabe+18, *PASJ* 70, 89 ; 谷田部ほか天文月報(10月号?)

- ✧ $P=835$ sの長いパルス周期と $L_x=4e35$ erg/s という低光度をもつ、近傍 ($D=0.81$ kpc; Gaiaから)の特異なBXP. MAXIで長期モニタ。
- ✧ Spin up/downを繰り返すので、ほぼトルク平衡。 L_x の低さを割引いても、長い P を説明するには $B \sim 10^{14}$ Gが必要 (左図)。初めての連星中のマグネターの発見かもしれない。
- ✧ GL79モデル[eq.(6.4)]は、 $M=(1.86-2.20) M_\odot$ を示唆 (右図)。マグネターは $1.4 M_\odot$ より大きな質量をもつかもしいない!



2019/8/19

60